



מבחן סיכום באלגוריתמים א' - מועד א' 30.6.00

- מספר הזהות שלך הוא _____ .
- בבחינה 7 דפים כולל דף הפתיחה, יש לוודא **עכשיו** כי כל הדפים בידך.
- בבחינה 4 שאלות, יש לפתור את כל השאלות.
- יש לקרוא כל שאלה היטב, הבנת השאלות היא חלק מן המבחן.
- כל חומר עזר מותר.
- משך הבחינה שלוש שעות.
- התשובות תכתבנה על גבי טופס המבחן, במקרה הצורך מותר להוסיף לטופס הבחינה דפים נוספים.

	שאלה 1
	שאלה 2
	שאלה 3
	שאלה 4
	סך הכל

בהצלחה!!

שאלה מספר 1 (25 נקודות)

בגרף לא מכוון $G(V, E)$ ביצעו חיפוש לרוחב (BFS) החל מצומת $s \in V$. עבור $i = 0, 1, 2, \dots$ נגדיר את V_i כקבוצת הצמתים שמרחקם מ- s הוא i , הקבוצה V_i קרויה שכבת BFS ה- i .

עבור $j = 0, 1, 2, \dots$ נגדיר את E_j קבוצת הקשתות המחברות צמתים משכבות BFS שמרחקן j , כלומר:

$$E_j = \{(u, v) : u \in V_{i_1}, v \in V_{i_2}, i_1 - i_2 = j\}$$

הוכח או הפרך:

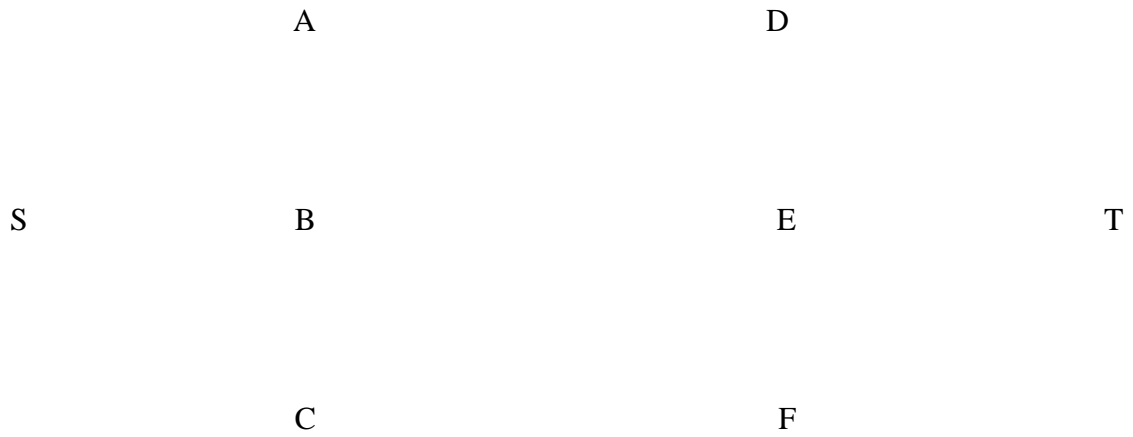
1. לכל i ולכל גרף G עם יותר משני צמתים, הקבוצה E_0 אינה קשירה.

2. לכל i ולכל גרף G עם יותר משני צמתים, הקבוצה E_1 היא קשירה.

3. לכל $i \geq 2$ ולכל גרף G עם יותר משני צמתים, הקבוצה E_i היא ריקה.

שאלה מספר 2 (25 נקודות)

נתונה רשת הזרימה הבאה :



ענו על השאלות הבאות תחת ההנחה כי הזרימה התחילית היא 0 בכל הקשתות.
2.1 מצאו סדרת מסלולי שיפור המכילה לפחות קשת אחורית אחת.

2.2 חשבו את הזרימה הכללית ברשת.

2.3 זהו את החתך הרווי בגרף.

2.4 בקשת (F, T) שקיבולה הוא 9 הורידו את הקיבול ל-8, מהי הזרימה הכוללת המתקבלת?

2.5 באותה הקשת, (F, T) העלו את הקיבול ל-15, מהי הזרימה הכוללת המתקבלת?

שאלה מספר 3 (25 נקודות)

יהי $G(V, E)$ גרף לא מכוון קשיר עם משקולות על הקשתות, כאשר נתון כי המשקולות שונים זה מזה. תהי e_{\min} הקשת בעלת משקל מינימלי ותהי e_{\max} הקשת בעלת משקל מקסימלי. עבור כל אחת מן הטענות הבאות ציינו אם היא נכונה או לא:

1. הקשת e_{\min} נכללת בכל עץ פורש מינימום של G .

כן לא

--	--

2. אם משתמשים באלגוריתם Prim, יתכן עץ פורש שבו הקשת e_{\min} אינה נכללת.

כן לא

--	--

3. אם הגרף צפוף, הקשת e_{\max} לא נכללת באף עץ פורש מינימום של G .

כן לא

--	--

4. הקשת e_{\max} נכללת באחד העצים הפורשים המינימליים של G אם ורק אם

כן לא

--	--

היא אינה שייכת לאף מעגל ב G .

5. אם e_{\max} נכללת בעץ פורש מקסימום של G , אז e_{\min} לא נכללת בעץ זה.

כן לא

--	--

6. אם e_{\max} נכללת בעץ פורש מקסימום של G , אז היא לא נכללת בעץ פורש מינימום של G .

כן לא

--	--

שאלה מספר 4 (25 נקודות)

יהי $G(V, E)$ גרף לא מכוון ויהי $T(V, E')$ עץ DFS של G .
הגדרה: ענף בעץ T הוא מסלול משורש העץ עד לאחד העלים שלו.
עבור כל אחת מן הטענות הבאות ציינו אם היא נכונה או לא:

1. אם G גרף מלא (בין כל שני צמתים יש קשת) אזי תמיד יש ב- T יש ענף יחיד המכיל את כל צמתי G .

כן לא

--	--

2. אם G הוא דו-קשיר אז ב- G יש ענף יחיד.

כן לא

--	--

3. אם G אינו שלם, אז ב- T יש יותר מענף יחיד.

כן לא

--	--

4. אם G אינו דו-קשיר, אז יתכן כי ב- G יש ענף יחיד.

כן לא

--	--

5. יהי C מעגל פשוט ב- G (מעגל פשוט הוא מעגל שכל צמתיו שונים זה מזה). כל הצמתים של G מופיעים על ענף יחיד אך לא בהכרח בסדר הופעתם במעגל.

כן לא

--	--